

基于网格自适应加密策略的隧道稳定性三维极限分析下限有限元法研究

孙 锐¹, 阳军生², 张庆贺¹, 杨 峰²

(1. 安徽理工大学 土木建筑学院, 安徽 淮南 232001; 2. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘 要: 网格分布形式对三维极限分析下限有限元法的计算精度影响较大, 为获取精确下限解, 通常需对破坏区域进行密集网格划分, 从而极易导致计算规模过大, 求解效率低下。针对上述问题, 提出一种基于单元应力的三维极限分析下限有限元“后验”网格自适应加密策略。首先, 构建基于 Mohr-Coulomb (M-C) 准则和半定规划技术的三维极限分析下限有限元模型, 避免了屈服准则的近似处理。其次, 引入基于 M-C 准则的网格自适应加密策略, 通过判断各个单元应力接近屈服的程度, 确定加密点的坐标。然后, 将加密点与原先节点组合构成新的点集, 并重新划分网格, 建立新的下限有限元计算模型。最后, 利用所提方法研究隧道稳定性问题, 表明利用所提网格自适应加密策略能够以较少单元精确模拟破坏区域应力分布, 从而获取高精度下限解。

关 键 词: 隧道稳定性; 三维极限分析; 下限有限元法; Mohr-Coulomb 准则; 网格自适应加密

中图分类号: TU 457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2024) 01-1256-09

Three-dimensional lower bound finite element limit analysis method for tunnel stability based on adaptive mesh refinement strategy

SUN Rui¹, YANG Jun-sheng², ZHANG Qing-he¹, YANG Feng²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan, Anhui 232001, China;

2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha, Hunan 410075, China)

Abstract: The distribution of the mesh significantly impacts the accuracy of calculation in the three-dimensional lower bound finite element limit analysis method (3D LB-FELA). Achieving precise lower bound solutions requires a dense mesh to be pre-divided in the failure area, which can easily lead to excessive calculation scale and reduce solving efficiency. To address these challenges, this paper proposes a "posterior" adaptive mesh refinement strategy. Firstly, the paper proposes a 3D LB-FELA based on M-C criterion and semi-definite programming technique, which eliminates the need for approximating the yield criterion. Subsequently, it introduces an adaptive mesh refinement strategy based on the M-C criterion, determining the coordinates of the refinement points by evaluating the degree to which each element's stress approaches yield. This approach involves combining the refinement points with the original nodes to form a new point set, followed by re-meshing the mesh. Finally, the proposed method is used to study the tunnel stability, and the research results demonstrate that the proposed mesh adaptive refinement strategy can accurately simulate the stress distribution in the failure area with smaller scale elements, thereby obtaining high-precision lower bound solutions.

Keywords: tunnel stability; three-dimensional limit analysis; lower bound finite element; Mohr-Coulomb criterion; adaptive mesh refinement

1 引 言

隧道稳定性研究是隧道工程领域的重要研究课题之一, 极限分析法由于其严格的理论基础, 已

被不少学者用于研究该问题^[1-9]。极限分析法分为上限法和下限法, 通过构建运动许可速度场 (上限法) 和静力许可应力场 (下限法), 获得极限荷载的上、下限解。基于假定破坏机构的上限法是常用隧道开

收稿日期: 2023-05-04

录用日期: 2023-08-25

基金项目: 安徽高校自然科学研究重点项目 (No. 2022AH050840); 安徽理工大学高层次引进人才科研启动基金 (No. 2022yjrc31)。

This work was supported by the Natural Science Research Project of Anhui Educational Committee (2022AH050840) and the Scientific Research Startup Fund for Introduced Talents of Anhui University of Science and Technology (2022yjrc31)

第一作者简介: 孙锐, 男, 1993 年生, 博士, 讲师, 主要从事隧道及地下工程稳定性方面的研究。E-mail: sunruilight@163.com

挖面稳定性三维方法^[1-3]。Leca 等^[1]构建了浅埋隧道开挖面塌陷和隆起两种块体破坏机构。Mollon 等^[2]构建了基于空间离散技术的开挖面剪流破坏机构。王鸿宇等^[3]提出了基于块体-剪流组合机构的隧道开挖面上限分析模型。为了摆脱假定破坏机构的限制, 结合网格离散技术和极限分析理论的极限分析有限元法被引入隧道稳定性分析中^[4-9]。袁帅等^[7]利用三维极限分析上限有限元法研究了盾构隧道开挖面渗流稳定性。Antão 等^[8]利用三维极限分析上、下限有限元法研究了饱和黏土地层圆形隧道开挖面稳定性。Shiau 等^[9]利用三维极限分析上、下限有限元法研究了圆形隧道开挖面最小支护力。

实现对破坏区域临界状态的精确模拟是获取高精度解的关键, 然而二维、三维极限分析下限有限元方法均存在网格依赖性, 网格分布形式对该方法的计算精度存在较大影响^[10]。Antão 等^[8]的研究结果同样反映了这一问题, 为获取精确三维上、下限解, 对于不同工况, Antão 等^[8]中所需单元数均超过 45 万, 导致求解难度极大。引入网格自适应加密策略是克服极限分析有限元法网格依赖性的有效手段^[11-15]。文献^[11-14]研究表明, 在平面应变极限分析下限有限元法中引入网格自适应加密策略, 可有效提高计算精度。Sun 等^[15]将所提网格自适应加密策略^[13]扩展到轴对称方法, 结果表明, 在轴对称方法中引入网格自适应加密策略能够有效提高计算精度。三维方法比二维方法更需要克服网格依赖性, 原因在于: ①维度增加导致三维方法的计算规模急剧提升; ②采用均匀网格则需对破坏区域进行密集网格划分, 而三维破坏状态更为复杂, 待加密破坏区域难以精确确定, 易导致网格过度加密, 计算规模进一步扩大。这就意味着在三维方法中引入网格自适应加密策略具有更强的应用需求, 然而现有网格自适应加密策略在三维方法中的应用及其适用性仍缺乏深入探讨。

因此, 针对既有研究的不足, 首先, 实现基于 Mohr-Coulomb(M-C)准则和半定规划技术的三维极限分析自适应下限有限元法; 然后, 提出并应用基于单元应力的网格自适应加密策略; 最后, 利用所提方法研究隧道稳定性问题, 验证所提网格自适应加密策略的有效性和适用性。

2 基于半定规划和 M-C 准则的三维极限分析下限有限元法

2.1 半定规划技术

极限分析下限有限元法最终是将力学模型转

化为数学优化模型, 相较于二维问题, 三维问题的计算规模急剧增大。因此, 对于三维问题, 提高计算效率具有显著理论和应用价值。将屈服准则转化为何种模型是影响极限分析下限有限元法计算效率和精度的重要因素。目前, 半定规划技术由于其在处理三维 M-C 准则上的显著优势以及较高的求解效率, 在轴对称和三维极限分析下限有限元法中已得到应用^[15-16]。半定规划标准格式可定义为

$$\{\min c^T x \mid Ax = b, x \in K\} \quad (1)$$

对于半定规划模型, 有

$$K_+^n = \{X \in S^n \mid X \geq 0\} \quad (2)$$

式中: A 、 b 、 c 均为系数矩阵; X 为优化变量; K 为凸集; S^n 为 n 阶对称矩阵。

2.2 基于 M-C 准则的三维极限分析下限有限元法

2.2.1 三维极限分析下限有限元分析模型

为获取严格下限解, 如图 1 所示, 三维极限分析下限有限元法采用四节点线性应力单元离散计算区域, 并在单元之间构造应力间断面。通过在单元内部及单元之间构造静力许可应力场, 使整个区域均服从静力许可条件, 进而获取严格下限解。静力许可应力场要求计算域应力: ①处处满足平衡微分方程; ②满足边界条件; ③处处不违背屈服条件。

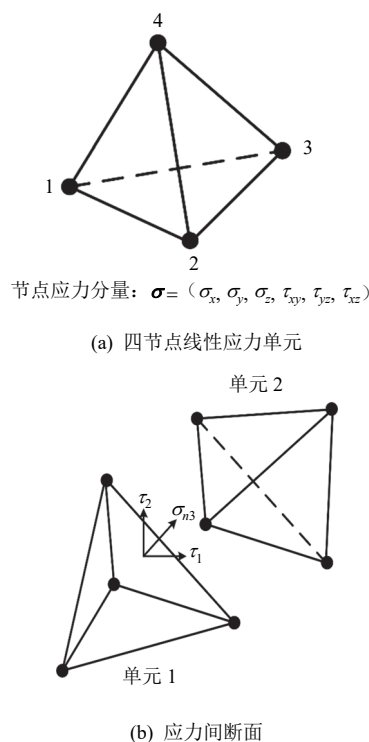


图 1 三维极限分析下限有限元单元形式
Fig.1 Element form for 3D LB-FELA

极限分析下限有限元分析模型为

$$\left. \begin{array}{l} \max \beta \\ \mathbf{A}_e \boldsymbol{\sigma}^e = \beta \mathbf{b}_{\text{equ}} \\ f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

式中： $\mathbf{A}_e$ 、 $\mathbf{b}_{\text{equ}}$ 为线性系数矩阵； $\boldsymbol{\sigma}^e$ 为整体节点应力矩阵； $\boldsymbol{\sigma}$ 为单元节点应力； $f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0$ 为屈服条件，在 2.2.2 节中将详细介绍屈服条件 $f(\boldsymbol{\sigma}) \leq 0$ 的处理方法； β 为所求下限解。若体力（如重力）为导致围岩失稳的主要荷载， β 即为临界体力荷载；若面力（如均布荷载）为导致围岩失稳的主要荷载， β 即为临界面力荷载。 $\mathbf{A}_e$ 、 $\mathbf{b}_{\text{equ}}$ 等系数矩阵的详细求解过程可参见文献[17]。

2.2.2 基于半定规划技术的三维 M-C 准则处理方法

本文采用 M-C 准则来描述岩土临界破坏状态，考虑拉应力为正，三维条件下该准则的表达形式为

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1 - a\sigma_3 - k \leq 0 \quad (4)$$

式中： σ_1 为最大拉主应力； σ_3 为最小拉主应力。

$$a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \geq 0, k = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \geq 0 \quad (5)$$

式中： c 为土体黏聚力； φ 为土体内摩擦角。

对于下限有限元法而言，如何合理处理屈服准则直接关系到方法的计算效率和精度。Lyamin 和 Sloan^[17]首次提出基于非线性规划技术和 M-C 准则的三维极限分析下限有限元法。如图 2 所示，由于 M-C 准则在三维应力空间中存在尖点和棱线等数值奇异处，Lyamin 和 Sloan 方法^[17]需要光滑化处理数值奇异处。为了克服 Lyamin 和 Sloan 方法^[17]的不足，Krabbenhøft 等^[16]提出了基于半定规划技术的 M-C 准则处理方法，所提方法无需近似化处理屈服准则，且具有较高计算速度。式 (6) ~ (14) 给出了 Krabbenhøft 等^[16]所提方法的具体推导过程。

根据弹性力学知识可知，主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 为应力矩阵 $\boldsymbol{\sigma}$ 的特征值，且主应力 σ_1 为最大特征值，主应力 σ_3 为最小特征值：

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中： $\sigma_{11} = \sigma_x$ ； $\sigma_{22} = \sigma_y$ ； $\sigma_{33} = \sigma_z$ ； $\sigma_{21} = \sigma_{12} = \sigma_{xy}$ ； $\sigma_{31} = \sigma_{13} = \sigma_{xz}$ ； $\sigma_{32} = \sigma_{23} = \sigma_{yz}$ 。

定义辅助变量 $t_{\max}$ ，并假设：

$$t_{\max} - \sigma_1 \geq 0 \quad (7)$$

由式 (7) 可知，变量 $t_{\max} - \sigma_1$ 为矩阵 $t_{\max} \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}$ 的最小特征值，可知矩阵 $t_{\max} \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}$ 的特征值均非负。根据半定矩阵定义：若矩阵特征值非负，则为半正定矩阵，可知矩阵 $t_{\max} \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma}$ 为半正定矩阵，即

$$t_{\max} - \sigma_1 \geq 0 \Leftrightarrow t_{\max} \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} \succeq \mathbf{0} \quad (8)$$

定义辅助变量 $t_{\min}$ ，并假设：

$$\sigma_3 - t_{\min} \geq 0 \quad (9)$$

同理可得

$$\sigma_3 - t_{\min} \geq 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\sigma} - t_{\min} \mathbf{I} \preceq \mathbf{0} \quad (10)$$

即可以得到矩阵 $\boldsymbol{\sigma} - t_{\min} \mathbf{I}$ 为半正定矩阵。定义如式 (11) 所示的关系式：

$$(1 + \sin \varphi)t_{\max} - (1 - \sin \varphi)t_{\min} = 2c \cos \varphi \quad (11)$$

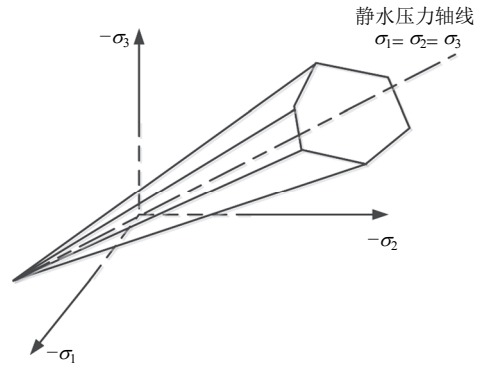


图 2 三维应力空间下 M-C 屈服面
Fig.2 M-C yield surface in three-dimensional stress space

根据式 (8)、(10) 和式 (11) 可推导出 M-C 准则：

$$\left. \begin{array}{l} t_{\max} \geq \sigma_1, \quad \sigma_3 \geq t_{\min} \\ (1 + \sin \varphi)t_{\max} - (1 - \sin \varphi)t_{\min} = 2c \cos \varphi \end{array} \right\} \quad (12)$$

$$\Rightarrow \sigma_1 - \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_3 \leq \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

如式 (13) 所示，定义辅助优化矩阵 $\mathbf{m}$ 和 $\mathbf{n}$ ：

$$t_{\max} \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{m} \preceq \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{\sigma} - t_{\min} \mathbf{I} = \mathbf{n} \preceq \mathbf{0} \quad (13)$$

根据式 (8)、(10) ~ (13) 可将 M-C 准则转化为下式的半定规划约束：

$$\left. \begin{aligned} m_{11,ij} - at_{\min,ij} + \sigma_{11,ij} &= k, & m_{21,ij} + \sigma_{21,ij} &= 0 \\ m_{22,ij} - at_{\min,ij} + \sigma_{22,ij} &= k, & m_{31,ij} + \sigma_{31,ij} &= 0 \\ m_{32,ij} + \sigma_{32,ij} &= 0, & m_{33,ij} - at_{\min,ij} + \sigma_{33,ij} &= k \\ n_{11,ij} + t_{\min,ij} - \sigma_{11,ij} &= 0, & n_{21,ij} - \sigma_{11,ij} &= 0 \\ n_{22,ij} + t_{\min,ij} - \sigma_{22,ij} &= 0, & n_{31,ij} - \sigma_{31,ij} &= 0 \\ n_{32,ij} - \sigma_{32,ij} &= 0, & n_{33,ij} + t_{\min,ij} - \sigma_{33,ij} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$m_{ij} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \underline{f} = 0, n_{ij} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix} \underline{f} = 0$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

式中: $i=1, 2, 3, 4$ 代表四面体单元的 4 个节点; $j=1, 2, \dots, N_E$, N_E 为单元个数。

对于四节点四面体单元而言, 只要令在单元的 4 个节点处满足屈服准则条件, 即可保证整个单元内部的节点应力均满足屈服准则条件。

2.2.3 下限有限元程序编制

开发三维极限分析自适应下限有限元计算程序, 构建基于 M-C 准则的隧道稳定性极限分析计算模型, 然后调用半定规划计算程序进行求解。程序运行环境为: 操作系统 Windows 10 64-bit, 处理器 Intel Core i7-7700HQ CPU@2.80GHz, 内存 16 GB。

3 网格自适应加密策略

为了获取严格下限解, 三维极限分析下限有限元法需要采用四节点四面体线性应力单元离散计算域。然而, 在塑性破坏处应力变化梯度较大, 线性应力单元难以精确模拟破坏区域的应力变化, 为获取精确下限解, 需要对破坏区域进行网格细化。网格自适应加密策略能够自动对破坏区域进行精细化网格加密, 通过较小规模的网格细化, 实现对破坏区域应力分布的精确模拟。

本文通过评估单元应力接近屈服的程度来确定待加密点的位置。计算流程如下:

(1) 建立和求解基于初始稀疏网格的三维极限分析下限有限元计算模型。

(2) 定义加密指标 η , 并标记待加密单元:

$$\eta = \sigma_1 - a\sigma_3 - k \quad (15)$$

指标 η 在单元 j 上的 4 个节点上的值分别为 $\eta_{1,j}$, $\eta_{2,j}$, $\eta_{3,j}$, $\eta_{4,j}$, 指标 η 代表应力接近屈服程度:

$$\eta_j = \max(\eta_{1,j}, \eta_{2,j}, \eta_{3,j}, \eta_{4,j}) \quad (16)$$

(3) 将单元按照指标 η_j 值的大小降序排列, 并标记前 n 个单元, 也即通过判断计算区域内单元接近屈服的程度来确定需要进一步加密的位置。

$$n = \mu \times N_E \quad (17)$$

式中: μ 为加密参数。

(4) 在标记单元中心处添加 1 个加密点 (总共为 n 个加密点), 与上一次计算节点构成新的点集, 并调用开源四面体网格离散程序 Tetgen^[18] 根据新的点集重新划分网格, 通过渐进式局部网格更新技术保证重生成网格质量^[19]。加密点坐标 (x_i, y_i, z_i) 设置为

$$\left. \begin{aligned} x_i &= (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)/4 \\ y_i &= (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)/4 \\ z_i &= (z_1 + z_2 + z_3 + z_4)/4 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: x_i, y_i, z_i ($i=1, 2, 3, 4$) 为所标记单元 4 个节点的坐标。

(5) 根据新的网格, 重建三维极限分析下限有限元计算模型, 并再次求解。

4 基于网格自适应加密策略的隧道稳定性三维极限分析下限有限元法验证

4.1 不排水条件下圆形隧道开挖面稳定性问题

不排水条件下圆形隧道开挖面稳定性问题为典型三维问题, 目前已有较多学者采用各种方法研究了该问题, Huang 等^[20]采用基于连续位移极限分析上限法, Ukritchon 等^[21]利用有限元法, Antão 等^[8]则利用三维极限分析上、下限有限元法。

圆形隧道开挖面稳定性问题几何特征和边界条件如图 3 所示。考虑对称性, 取一半模型分析。对称面上的剪应力 $\tau = 0$ 。隧道埋深为 H , 直径为 D , 假定土体破坏服从 M-C 准则。 σ_s 为作用于地表的均布荷载, σ_t 为作用于隧道开挖面上的支护力, 圆形隧道开挖面三维稳定性系数由无量纲系数 N_s 表示^[8], $N_s = (\sigma_s - \sigma_t)/c$ 。

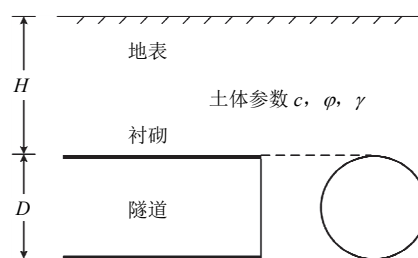
4.1.1 网格自适应加密策略

根据极限分析上、下限定理^[22]可知, 严格下限解 $\leq$ 真实解 $\leq$ 严格上限解, 这也就意味着所得下限解越大, 下限解与上限解越接近, 所得下限解计算精度越高。表 1 从单元数目和计算精度两个角度对比了采用均匀网格和不同加密参数 μ 的网格自适应加密策略得到的稳定性系数计算结果。

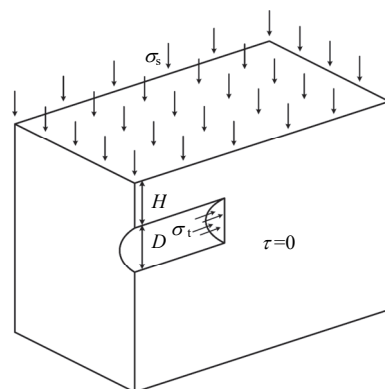
表 1 结果表明, 对于所提网格自适应加密策略,

加密参数 μ 的取值对于计算精度提升程度以及计算效率具有显著影响。相同加密次数下,选取较大加密参数容易导致过度加密,使得计算规模过大,影响计算效率,例如加密次数为3时, $\mu=0.4$ 的单元数已超过10万;同时,选取较大加密参数也容易加密到破坏区域之外的单元,导致加密效果不佳。表1结果同时也表明,相近单元数目下,加密参数较小(加密次数更多)时所得下限解计算精度更高,例如 $\mu=0.1$,加密次数为6次时的单元数 $N_E=44\,231$,稳定性系数 $N_s=5.923$; $\mu=0.6$,加密次数为2次时的单元数 $N_E=45\,098$,稳定性系数 $N_s=5.822$ 。结合上述分析可知加密参数 μ 取一较小值,然后通过较多次数的网格自适应加密,是实现以较少单元规模获取高精度下限解的关键。表1结果表明取加密参数 $\mu=0.1\sim 0.15$ 能较好平衡计算精度与计算效率。

表1中结果也进一步表明了三维极限分析下限有限元法中引入网格自适应加密策略的必要性。 $\mu=0.1$,加密次数为5时的本文所得下限解的计算精度已超过 Antão 等^[8]所得结果,而 Antão 等^[8]采用的均匀网格单元数目不小于40万,而此时本文模型单元数仅为25 611。表1中均匀网格计算结果也表明,采用均匀网格时,单元数增加对于计算精度的提升幅度较低。



(a) 隧道横断面示意图



(b) 隧道开挖面三维示意图

图3 隧道开挖面几何特征及边界条件
Fig.3 Geometric characteristics and boundary conditions of tunnel face

表1 网格自适应加密同均匀网格比较 ($H/D=1, \gamma D/c=1, \varphi=0^\circ$)

Table 1 Comparison between adaptive refinement mesh and uniform mesh ($H/D=1, \gamma D/c=1, \varphi=0^\circ$)

加密 次数	自适应加密										均匀网格		上限解 ^[8]	下限解 ^[8]
	$\mu=0.1$		$\mu=0.15$		$\mu=0.2$		$\mu=0.4$		$\mu=0.6$					
	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s		
0	1 086	4.400	1 086	4.400	1 086	4.400	1 086	4.400	1 086	4.400	1 086	4.40	6.07	5.85
1	2 267	5.383	2 840	5.442	3 298	5.456	5 371	5.488	7 339	5.489	2 410	4.54		
2	4 314	5.625	6 668	5.737	9 010	5.769	24 202	5.816	45 098	5.822	4 587	4.72		
3	8 045	5.735	14 753	5.823	22 950	5.866	103 560*	—	265 380*	—	8 339	4.84		
4	14 360	5.834	31 343	5.887	56 861	5.922	—	—	—	—	14 802	5.01		
5	25 611	5.885	65 731	5.943	138 041*	—	—	—	—	—	25 810	5.15		
6	44 231	5.923	136 524*	—	—	—	—	—	—	—	49 545	5.20		
7	76 704	5.959	—	—	—	—	—	—	—	—	81 523	5.31		

注: 136 524*等带星号数字代表模型单元数过多, 个人电脑已难以快速求解。

图4展示了与表1数据相对应的基于均匀网格和网格自适应加密($\mu=0.1$)的隧道开挖面计算网格。图4(a)为初始网格,图4(b)为加密2次网格图,图4(c)为加密3次网格图,图4(d)为加密5次网格图,图4(e)为均匀网格图,单元数为8 339,图4(f)为均匀网格图,单元数为25 810。可发现随着不断加密,稳定性系数逐渐提高,这意味着计算精度随着网格加密不断提高。通过对比图4(a)~4(d),可发现远离破坏区的网格比破坏区内的网格粗糙得

多,且加密后的网格形成清晰的滑移破坏带,这可以说明本文所提网格自适应加密策略能够准确识别和加密破坏区域。通过进一步对比图4(a)~4(f)可知,相较于均匀网格,采用网格自适应加密策略能够以较少单元获取高精度下限解的原因。

4.1.2 文献结果对比

为了进一步体现所提方法的精确性和有效性,图5对比了不同埋深下采用本文所得稳定性系数 $N_s=(\sigma_s-\sigma_t)/c$ 的计算结果与文献结果。

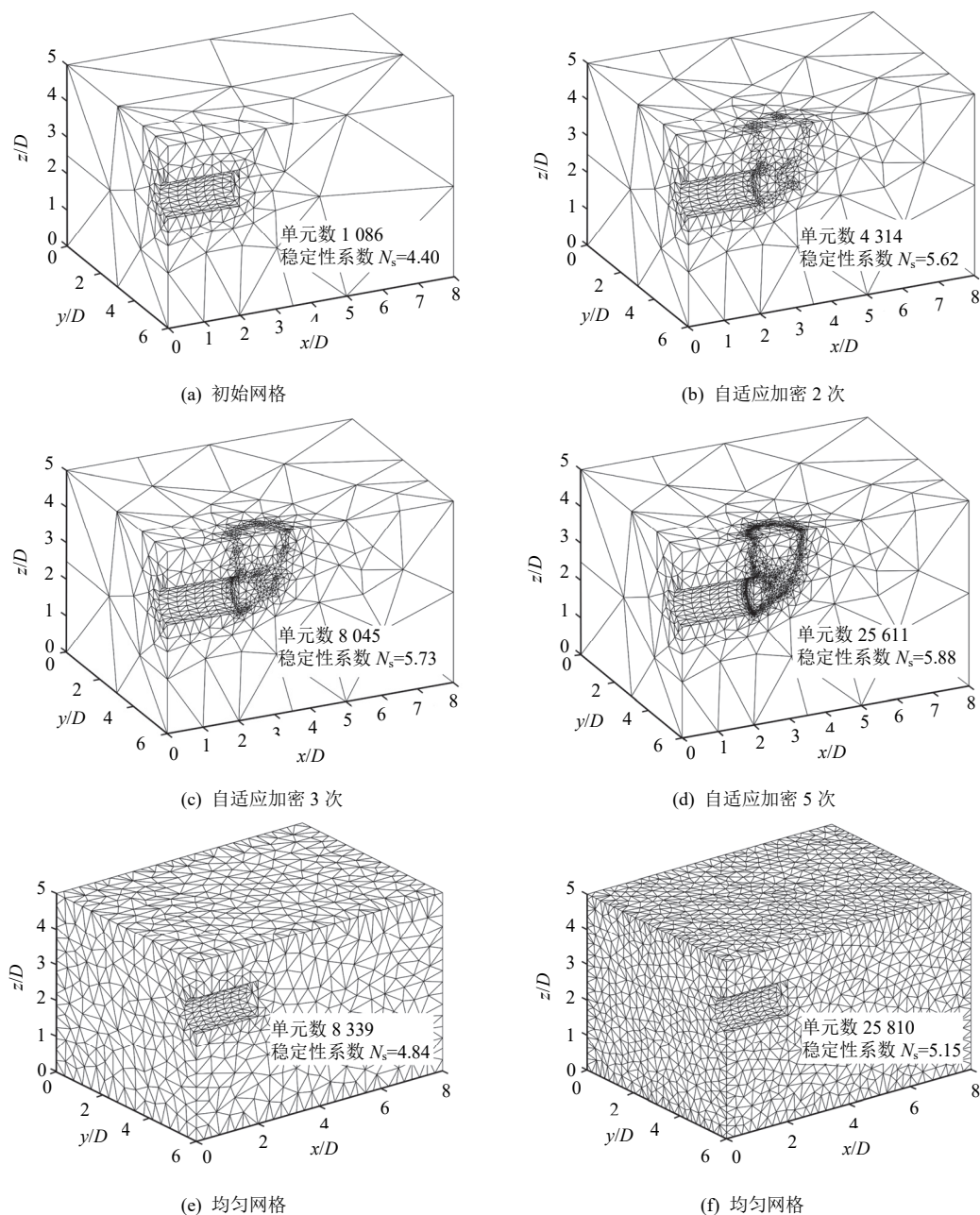
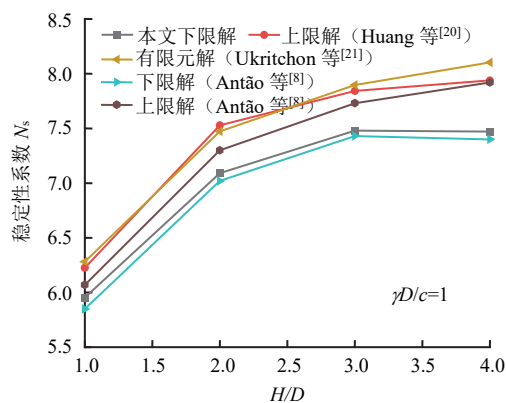
图4 基于均匀网格和自适应加密网格 ($\mu=0.1$) 的隧道开挖面计算模型

Fig.4 Calculation models for tunnel face based on uniform mesh and adaptive refinement mesh

图5 不同埋深 H/D 下的稳定性系数 N_s ($\gamma D/c=1$)Fig.5 Stability coefficient N_s under different H/D ($\gamma D/c=1$)

可以发现本文下限解接近 Huang 等^[20]上限解、Ukritchon 等^[21]有限元解以及 Antão 等^[8]上限解, 这意味着本文下限解已接近于真实解, 具有较高计算精度。同时, 本文所得下限解计算精度高于 Antão 等^[8]下限解, 且本文方法的单元数不超过 8 万, 远低于 Antão 等^[8]中采用的均匀网格单元数, 这说明了本文所提网格自适应加密策略的有效性, 这也说明在三维方法中引入网格自适应加密策略的必要性。需要指出的是图 5 中本文模型自适应加密参数 μ 均取值为 0.1。

4.2 并行双线隧道开挖面稳定性分析

利用本文方法进一步研究并行双线隧道开挖

面三维稳定性问题, 并与 Shiao 等^[23]的结果进行对比, 表明所提方法有效性。Shiao 等^[23]利用三维极限分析有限元软件 Optum G3 研究该问题, 并获取开挖面稳定性系数的严格上限解、下限解。考虑双线隧道开挖面的开挖深度相同, 因此可简化为对称模型, 图 6 即为并行双线隧道开挖面三维稳定性模型。双线隧道洞径距离为 S , 隧道直径为 D , 埋深为 C 。根据 Shiao 等^[23]的研究, 将双线隧道开挖面稳定性系数定义为 $N_s = (\sigma_s + \gamma H - \sigma_i)/c$, $H = C + D/2$, σ_s 、 σ_i 分别为作用在地表和隧道开挖面的均布荷载。

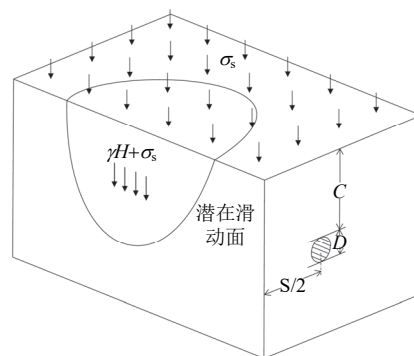


图 6 并行双线隧道开挖面三维稳定性模型
Fig.6 3D tunnel face stability model of parallel tunnels

表 2 网格自适应加密同均匀网格比较($C/D=2$, $S/D=3$)

Table 2 Comparison between adaptive refinement mesh and uniform mesh ($C/D=2$, $S/D=3$)

加密 次数	自适应加密										均匀网格		上限解 ^[23]	下限解 ^[23]
	$\mu=0.1$		$\mu=0.15$		$\mu=0.2$		$\mu=0.4$		$\mu=0.6$					
	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s	N_E	N_s		
0	1 835	7.099	1 835	7.099	1 835	7.099	1 835	7.099	1 835	7.099	1 835	7.099		
1	3 550	7.976	4 360	8.078	5 154	8.209	8 860	8.244	11 659	8.246	3 712	7.186		
2	6 486	8.293	9 825	8.527	13 422	8.643	35 675	8.805	67 219	8.838	6 613	7.542		
3	11 856	8.585	21 191	8.746	34 618	8.876	129 338*		316 586*	—	11 972	7.687	9.397	8.886
4	20 813	8.765	42 699	8.929	81 592	8.962			—	—	21 875	7.887		
5	36 605	8.923	82 654	8.982	196 523*		—	—	—	—	37 460	8.076		
6	63 702	8.972	151 547*		—	—	—	—	—	—	64 012	8.121		

4.2.1 网格自适应加密策略

表 2 中基于网格自适应加密技术的计算结果和均匀网格结果的对比进一步表明了三维极限分析下限有限元法引入网格自适应加密策略的必要性。同时, 表 2 进一步研究了加密参数 μ 的取值对于计算精度提升程度以及计算效率的影响。与 4.1 节研究结论相似, 表 2 结果表明了加密参数 μ 取一较小值, 然后通过较多次数的网格自适应加密, 是实现以较少的单元规模获取高精度的下限解的关键, 且加密参数 μ 取 0.1~0.15 较为适宜。

图 7 展示了与表 2 数据相对应的基于网格自适应加密 ($\mu=0.1$) 的隧道开挖面计算网格。可以发现随着不断加密, 稳定性系数逐渐提高, 这意味着计算精度随着网格加密不断提高。通过对比图 7(a)~7(d) 可以发现, 远离破坏区的网格比破坏区内的网格粗糙得多, 且加密后的网格形成清晰的滑移破坏带, 这可以说明本文所提网格自适应加密策略能够准确识别和加密破坏区域, 这也是采用网格自适应加密策略能够以较少单元获取高精度下限解的原因所在。

4.2.2 文献结果对比

图 8 对比了本文所得并行双线隧道开挖面稳定性系数下限解与 Shiao 等^[23]所得上限解和下限解,

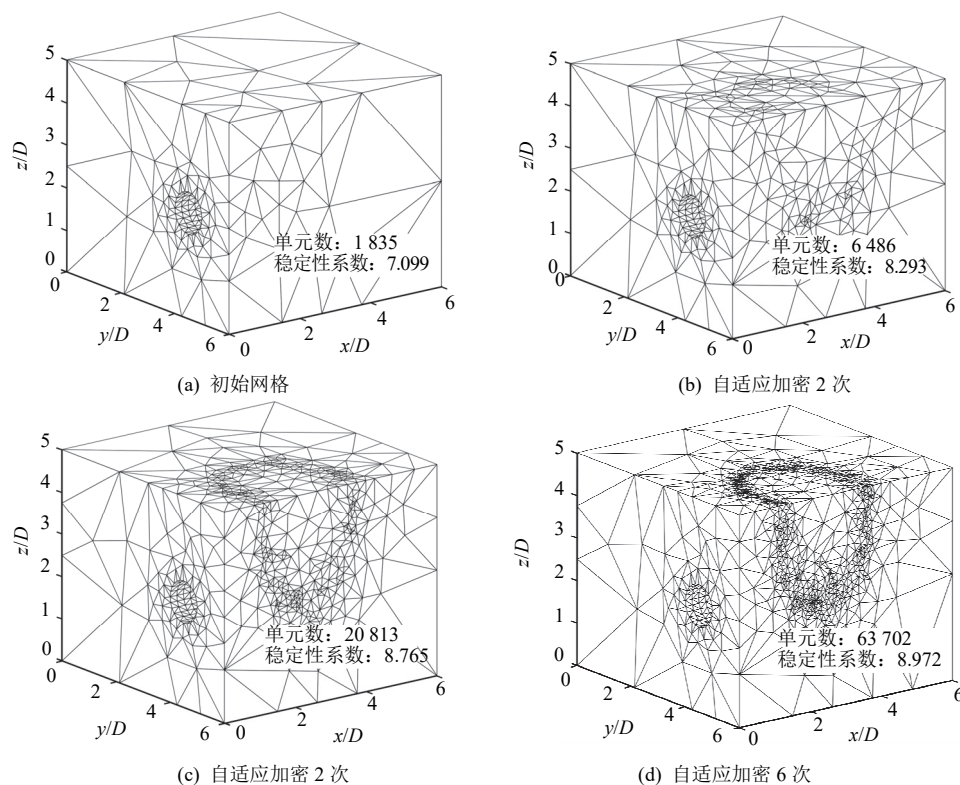
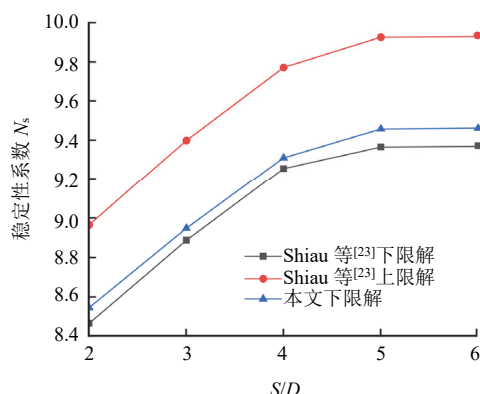
可以发现不同间距 S/D 下本文所得下限解均位于 Shiao 等^[23]所得上限解和下限解之间。根据极限分析上、下限定理^[22]可知, 本文下限解计算精度要高于 Shiao 等^[23]所得下限解, 且计算结果逼近于真实解, 这也说明了本文所提方法的正确性和有效性。需要指出的是, 图 8 中本文下限解的最终计算模型所需单元数目均少于 8 万, 自适应加密参数 μ 均取值为 0.1。

5 结 论

本文提出一种基于网格自适应加密策略和 M-C 准则的隧道稳定性三维极限分析下限有限元法研究。得到如下结论:

(1) 本文提出的基于单元应力的网格自适应加密策略通过自适应更新网格, 可实现临界破坏状态应力场的精细化模拟, 进而以较少单元获取高精度下限解。

(2) 相较于采用均匀网格, 初始网格分布形式对三维极限分析自适应下限有限元法影响较小, 通过所提网格自适应加密策略可自动加密破坏区域, 可有效克服三维极限分析下限有限元法网格依赖性强的不足。

图7 基于自适应加密网格 ($\mu=0.1$) 的隧道开挖面计算模型($C/D=2, S/D=3$)Fig.7 Calculation models for tunnel face based on adaptive refinement mesh ($\mu=0.1, C/D=2, S/D=3$)图8 不同间距 S/D 下的稳定性系数 N_s Fig.8 Stability coefficient N_s under different S/D

参考文献

- [1] LECA E, DORMIEUX L. Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material[J]. *Géotechnique*, 1990, 40(4): 581-606.
- [2] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Face stability analysis of circular tunnels driven by a pressurized shield[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2010, 136(1): 215-229.
- [3] 王鸿宇, 黄茂松, 唐震. 基于块体剪流组合机构的黏土隧道三维开挖面稳定分析[J]. *岩土工程学报*, 2022, 44(8): 1376-1385.
- [4] WANG Hong-yu, HUANG Mao-song, TANG Zhen. Three-dimensional undrained stability analysis of circular tunnels based on combined mechanism of a translational block and a shear zone[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, 44(8): 1376-1385.
- [5] 阳军生, 张箭, 杨峰. 浅埋隧道掌子面稳定性二维自适应上限有限元分析[J]. *岩土力学*, 2015, 36(1): 257-264.
- [6] YANG Jun-sheng, ZHANG Jian, YANG Feng. Stability analysis of shallow tunnel face using two-dimensional finite element upper bound solution with mesh adaptation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2015, 36(1): 257-264.
- [7] SLOAN S W, ASSADI A. Undrained stability of a plane strain heading[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, 31(3): 443-450.
- [8] AUGARDE C E, LYAMIN A V, SLOAN S W. Stability of an undrained plane strain heading revisited[J]. *Computers and Geotechnics*, 2003, 30(5): 419-430.
- [9] 袁帅, 冯德旺. 考虑渗透系数各向异性的盾构隧道开挖面稳定性数值极限分析[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2020, 48(12): 1717-1725.
- [10] YUAN Shuai, FENG De-wang. Computational limit analysis of shield tunnel face with a consideration of permeability anisotropy[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2020, 48(12): 1717-1725.

- [8] ANTÃO A N, DA SILVA M V, MONTEIRO N, et al. Upper and lower bounds for three-dimensional undrained stability of shallow tunnels[J]. **Transportation Geotechnics**, 2021, 27: 100491.
- [9] SHIAU J, AL-ASADI F. Determination of critical tunnel heading pressures using stability factors[J]. **Computers and Geotechnics**, 2020, 119: 103345.
- [10] SLOAN S W. Geotechnical stability analysis[J]. **Géotechnique**, 2013, 63(7): 531-572.
- [11] ZHANG R, LI L, ZHAO L H, et al. An adaptive remeshing procedure for discontinuous finite element limit analysis[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2018, 116(5): 287-307.
- [12] MUNOZ J J, BONET J, HUERTA A, et al. Upper and lower bounds in limit analysis: adaptive meshing strategies and discontinuous loading[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2009, 77(4): 471-501.
- [13] SUN R, YANG J S, LIU S H, et al. Undrained stability analysis of dual unlined horseshoe-shaped tunnels in non-homogeneous clays using lower bound limit analysis method[J]. **Computers and Geotechnics**, 2021, 133: 104057.
- [14] 周锡文, 刘锋涛, 戴北冰, 等. 基于混合常应力-光滑应变单元的极限分析方法[J]. **岩土力学**, 2022, 43(6): 1660-1670.
- ZHOU Xi-wen, LIU Feng-tao, DAI Bei-bing, et al. Limit analysis method based on mixed constant stress-smoothed strain element[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2022, 43(6): 1660-1670.
- [15] SUN R, YANG J S. Axisymmetric adaptive lower bound limit analysis for Mohr-Coulomb materials using semidefinite programming[J]. **Computers and Geotechnics**, 2021, 130: 103906.
- [16] KRABBENHØFT K, LYAMIN A V, SLOAN S W. Three-dimensional Mohr-Coulomb limit analysis using semidefinite programming[J]. **Communications in Numerical Methods in Engineering**, 2008, 24(11): 1107-1119.
- [17] LYAMIN A V, SLOAN S W. Lower bound limit analysis using non-linear programming[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2002, 55(5): 573-611.
- [18] SI H. TETGEN, a Delaunay-based quality tetrahedral mesh generator[J]. **ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)**, 2015, 41(2): 1-36.
- [19] SI H, SHEWCHUK J R. Incrementally constructing and updating constrained Delaunay tetrahedralizations with finite-precision coordinates[J]. **Engineering with Computers**, 2014, 30: 253-269.
- [20] HUANG M S, LI S, YU J, et al. Continuous field based upper bound analysis for three-dimensional tunnel face stability in undrained clay[J]. **Computers and Geotechnics**, 2018, 94: 207-213.
- [21] UKRITCHON B, YINGCHALOENKITKHAJORN K, KEAWSAWASVONG S. Three-dimensional undrained tunnel face stability in clay with a linearly increasing shear strength with depth[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 88: 146-151.
- [22] 陈惠发. 极限分析与土体塑性[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.
- CHEN Hui-fa. Limit analysis and soil plasticity [M]. BeiJing: China Communications Press, 1995.
- [23] SHIAU J, AL-ASADI F. Three-dimensional heading stability of twin circular tunnels[J]. **Geotechnical and Geological Engineering**, 2020, 38: 2973-2988.